

Geld und Subtraktion

Unterstützung bei der schriftlichen Subtraktion

VON RENATE MOTZER

Zu diesem Beitrag gehören folgende Materialien (im Heft []/auf CD [⊙]):

- M21: Bettina kauft ein Fahrrad [] [⊙]
 M22: Im Fahrradladen [] [⊙]
 M23: Rückgeld an der Kasse [] [⊙]

Geld kann unterstützend bei der schriftlichen Subtraktion eingesetzt werden, auch wenn die Schritte nicht immer der üblichen Einkaufssituation entsprechen. Aber der Umgang ist den Kindern bekannt und animiert dadurch zum Rechnen.

Um die schriftliche Subtraktion zu beherrschen, müssen Teilhandlungen, wie Wegnehmen, Ergänzen, Bündeln und Entbündeln verstanden werden. Dabei kann Geld als Arbeitsmittel helfen.

DREI GRUNDVORSTELLUNGEN

Schon in der zweiten Klasse wird Geld häufig zur Verdeutlichung des Bündelns verwendet. Hier spielen vor allem die Ein-Euro-Stücke, Zehn-Euro-Scheine und Hundert-Euro-Scheine eine Rolle. Das Wechseln zwischen diesen Werten dient der Unterstützung der Zahldarstellung. Diese Eigenschaft des Geldes qualifiziert es, auch Rechenwege entsprechend darzustellen bzw. die Schritte enaktiv herzuleiten und durchzuführen. Alle Grundvorstellungen der Subtraktion lassen sich mit Geld verbinden: das Wegnehmen, das Ergänzen und die Berechnung des Unterschieds.

Die Subtraktion wird meist als Wegnehmen gedeutet. Zunächst ist ein gewisser Betrag da. Dann wird ein bestimmter Betrag ausgegeben. Wie viel bleibt übrig? Um den gewünschten Betrag wegzunehmen, muss eventuell entbündelt werden.

Aber auch das Ergänzen passt zu Geldsituationen. Jemand möchte einen Gegenstand kaufen. Er hat aber noch nicht genügend Geld. Wie viel fehlt noch? „Ergänzen“ steht als Grundvorstellung zwischen der Addition und der Subtraktion. Gesucht wird der zweite Summand. Die Aufgabe kann als Additionsauf-

gabe geschrieben werden. Ermittelt wird aber die Differenz zwischen den schon bekannten Werten. Manchen Schülerinnen und Schülern fällt es leichter zu ergänzen als abzuziehen. Ergänzen sollte daher auch als mögliche Strategie bewusst gemacht werden, mit der Minusaufgaben gelöst werden können. Die Aufgabe „ $a - \square = b$ “ wird zwar in der didaktischen Literatur weniger diskutiert, taucht aber als Strategie bei Kindern durchaus auf und ist daher ernst zu nehmen.

Bei der Frage nach dem Unterschied zwischen zwei (Geld-)Beträgen kann ergänzt oder subtrahiert werden: „wie viel müsste ich dazu tun, um vom kleineren Betrag zum größeren zu kommen“ oder „wie viel müsste ich wegnehmen, um vom größeren zum kleineren Betrag zu kommen“ oder (mit einer gewissen Umdeutung der Situation) „wenn ich vom Größeren den Kleineren weg tue, was bleibt übrig“.

WELCHE SCHEINE UND MÜNZEN?

Beim Nachspielen solcher Geldsituationen stellt sich die Frage, mit welchen Münzen und Scheinen gearbeitet werden soll. Soll es nur um Ein-Euro-Münzen, Zehn-Euro- und Hundert-Euro-Scheine gehen? Dafür spricht der Stellenwertbezug. Die Ziffern, die im Stellenwerthaus notiert werden, entsprechen der Anzahl der Münzen/Scheine. Gebündelt/entbündelt wird immer zur nächsten Stellenwerteinheit.

Für eine Hinzunahme von Zweier- und Fünfer-Einheiten spricht

der Alltagsbezug, denn diese Münzen und Scheine hat man nun mal im Geldbeutel bzw. in den Kassen der Läden. Rechentechnisch spricht dafür, dass man Geldbeträge so leichter ermitteln kann und weniger auf das Abzählen angewiesen ist (so kann z.B. die „Kraft der Fünf“ genutzt werden, man kann evtl. in Zweier-Schritten rechnen und sein Gespür für gerade und ungerade Zahlen vertiefen). Sollen Kinder tatsächlich viele Aufgaben durch Nachspielen mit Geld lösen, ist es durchaus von Vorteil, wenn es auch Fünfer- und Zweier-Bündel gibt. Ob man freilich, wenn man die Geldbeträge ins Stellenwerthaus legt, auch zwei Fünfer-Euro-Scheine als Einheit bei den Zehnern hineinlegen darf, kann diskutiert werden.

Wenn man sieht, dass dies bei einem Kind Verwirrung stiftet, sollte dieses Kind vorerst nur Ein-Euro-Münzen und Zehner- und Hunderter-Scheine verwenden.

DIE SCHRIFTLICHE SUBTRAKTION MIT GELD

Anhand der oben erwähnten drei Grundvorstellungen des Subtrahierens soll nun aufgezeigt werden, wie die entsprechende Situationen im Unterricht mit Geld dargestellt werden können und wie dadurch das Verständnis für das Rechenverfahren wachsen kann.

Wegnehmen

Mit Subtraktion verbinden die meisten Menschen wegnehmen. Um den gewünschten Betrag von

SCHWERPUNKT

Klassenstufe: 3-4

Lerngelegenheiten:

Die Kinder

- vertiefen die Grundvorstellungen der Subtraktion: wegnehmen, ergänzen, Unterschied bestimmen
- leiten angesichts einer Einkaufssituation ein Verfahren der schriftlichen Subtraktion her
- beschreiben ihre eigene Vorgehensweise
- verstehen die (Geld-)Wechselvorgänge, die beim schriftlichen Subtrahieren nötig sind und wenden sie an.

	Problem-lösen	Kommuni-zieren	Argumen-tieren	Modell-bilden	Dar-stellen
Zahlen & Operationen	X	X	X		X
Raum & Form					
Muster & Strukturen					
Größen & Messen	X	X	X	X	X
Daten, Häufigkeit & Wahrscheinlichkeit					

einem vorgegebenen Betrag wegzunehmen, muss entbündelt werden.

Eine Beispielaufgabe: Bettina hat 432 € in ihrem Geldbeutel. Sie kauft sich ein Fahrrad für 285 €. Wie viel Geld bleibt ihr übrig? (siehe auch **M21**, S. 44)

Stellen wir uns Bettina im Fahrradladen vor. Sie wird nicht ihren gesamten Geldbeutelinhalt vor der Verkäuferin/dem Verkäufer ausbreiten, sondern vermutlich 300 € herausholen. Vielleicht hat sie dafür drei 100-Euro-Scheine, vielleicht hat sie 50-Euro-Scheine, vielleicht auch einen 200-Euro-Schein.

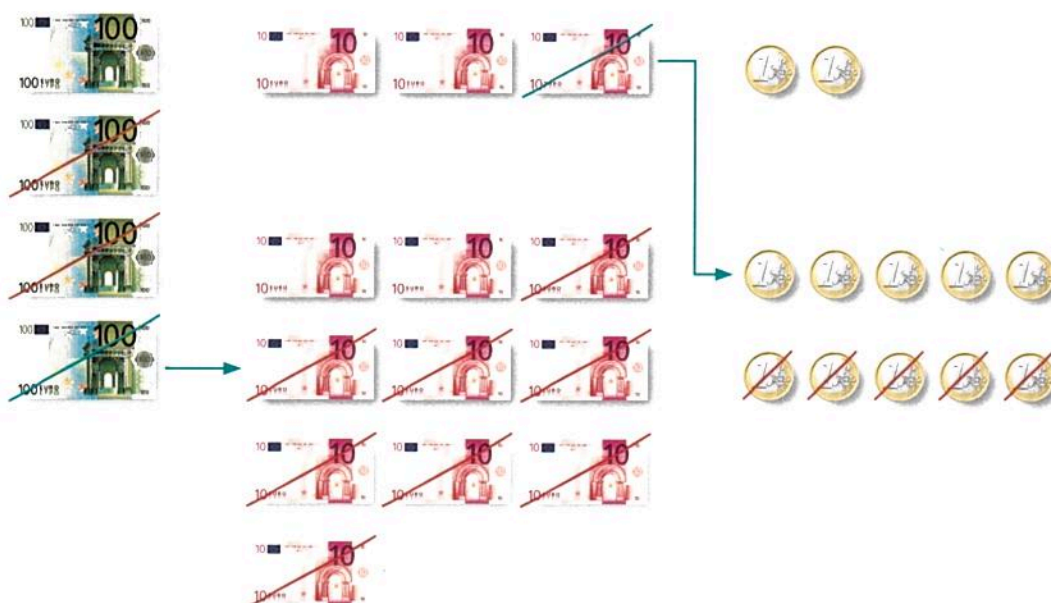
Jedenfalls zahlt sie 300 €, bekommt 15 € zurück und hat dann noch $15 € + 132 € = 147 €$ im Geldbeutel. Zu unserer Art schriftlich

zu rechnen, passt diese Überlegung nicht. Als halbschriftliche Rechenvariante ist sie freilich möglich, wenn auch vielleicht nicht üblich. Wird wirklich halbschriftlich subtrahiert, geht man üblicherweise vom Gesamtbetrag 432 € aus und zieht davon schrittweise 285 € ab.

Ändern wir die Situation ein wenig ab: Bettina steht nicht an der Ladenkasse, sondern bekommt das Fahrrad nach Hause geliefert. Der Fahrradhändler hat ihr gesagt: „Bitte bereiten Sie den Betrag passend vor, der Lieferant kann nicht rausgeben.“ Bettina geht deshalb vorher zur Bank und lässt wechseln. Zunächst hatte sie vier 100-Euro-Scheine, drei 10-Euro-Scheine und 2 Ein-Euro-Stücke. Da es weder bei

den Zehnern noch bei den Einern passt, lässt sie einen Hunderter in zehn Zehn-Euro-Scheine und einen Zehner in zehn Ein-Euro-Stücke wechseln. Nun hat sie: 3 Hunderter, 12 Zehner und 11 Einer. Davon kann sie 2 Hunderter, 8 Zehner und 5 Einer zur Seite tun (um damit den Lieferanten zu bezahlen) und im Geldbeutel bleiben 1 Hunderter, 2 Zehner und 6 Einer (siehe Abb. 1). Konkret im Unterricht könnte dies heißen: die Kinder sollen zunächst überlegen, was sie wechseln müssen. Erst dann kann die Subtraktion/das Wegnehmen durchgeführt werden.

In Abb. 1 wurde die Situation so dargestellt, dass der gewechselte Zehner einer der ursprünglichen



FOTOS: DRUWE & POLASTRI, CREMLINGEN/EUROP. ZENTRALBANK, FRANKFURT/M.

Abb. 1: Bettina hat 432 € und kauft sich ein Fahrrad für 285 €. Das Geld muss sie bei Lieferung passend parat haben. Die blau durchgestrichenen Scheine wurden bei der Bank gewechselt, die roten werden für das Fahrrad zur Seite gelegt.

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 12 \quad 12 \\
 \cancel{4} \quad \cancel{3} \quad \cancel{2} \\
 - 2 \quad 8 \quad 5 \\
 \hline
 1 \quad 4 \quad 7
 \end{array}$$

Abb. 2: Schriftliche Darstellung des Wechsels aus Abb. 1.

Zehner ist (keiner von den gewechselt, der dann nochmal gewechselt wird). Im Unterricht wird man zunächst Situationen besprechen, bei denen nur einmal gewechselt werden muss. Noch schwieriger ist die Situation bei einem Ausgangsbetrag von z. B. 502 €, von denen 285 € genommen werden sollen. Hier muss zunächst ein Hunderter entbündelt werden, damit überhaupt ein Zehner zum Entbündeln da ist. Da sich die Vorstellung vom Wechseln bei den Kindern erst setzen muss, sollten diese Situationen mehrfach mit Spielgeld nachgespielt werden. Schriftlich lässt sich die Situation wie in Abb. 2 darstellen.

Ergänzen

Carlos möchte ein neues Fahrrad, das 432 € kostet. Er hat schon 285 € gespart. Wie viel Geld braucht er noch?

Halbschriftlich liegen folgende Schritte nahe: noch 15 € dazu und er hat 300 € erreicht. Dann noch die fehlenden 132 € ergänzen (in ein bis drei Schritten). Wieder passt diese Strategie leider nicht zum schriftlichen Rechnen. Die Motivation, sich erst um die Einer zu kümmern, kommt also nicht aus der Sachsituation, sondern aus der Analogie zum schriftlichen Addieren. Dort hat es sich als vorteilhaft erwiesen, weil man keine Zwischenergebnisse notieren muss, die nochmals abgeändert werden müssen.

Es würde Carlos auch nicht stören, wenn er nach einigem Sparen 435 € besitzt und ihm nach dem Fahrradkauf 3 € bleiben. Solch ein Zwischenergebnis ist beim schrift-

1 Z wurde in 10 E gewechselt und 1 H in 10 Z, damit die 5 E bzw. 8 Z abgezogen werden können.

lichen Rechnen jedoch nicht vorgesehen. Die Kinder müssen also dahin geleitet werden, dass sie erst überlegen, wie viel Euro man dazu tun kann, damit schon mal die Einer stimmen. 7 € ist hier die Antwort: dann hat Carlos 292 € und ist schon einen Zehner weiter. Um nun die Zehner passend zu machen, sollte er 40 € dazu tun. Damit ist er bei 332 €. Er braucht noch einen Hunderter.

Notieren kann man dies am besten am Rechenstrich (siehe Abb. 3). Wenn man es mit Geld legt, ist es sinnvoll nicht umzubündeln, denn es muss ja sichtbar bleiben, was dazu gekommen ist.

Unterschied

Bettina hat 432 €, Carlos hat 285 €. Wie viel hat Bettina mehr? (siehe Abb. 4)

Deuten wir die Aufgabe so: Wie viel müsste Carlos dazu bekommen, damit er so viel wie Bettina hat?

Man könnte die Erweiterungstechnik anwenden: wenn beide das gleiche dazubekommen, ändert sich der Unterschied nicht: Carlos bekommt einen Zehner, Bettina zehn Einer. Im zweiten Schritt bekommt Carlos einen Hunderter, Bettina zehn Zehner. Warum sie plötzlich Geld dazubekommen (nur damit man den Unterschied ermitteln kann), ist von der Sache her dennoch unverständlich.

Alternativ: Carlos bekommt 7 Einer und legt 10 Einer so zusammen, dass man sieht, er hat 2 Einer und außerdem noch 10 Einer, die so viel wert sind wie 1 Zehner. Außerdem bekommt er genügend Zehner,

dass er einen zum Hunderter legen kann und dann noch 3 bleiben. Weiterhin fehlt ihm noch 1 Hunderter.

Die Schritte sind die gleichen wie beim Ergänzen vorher. Der Unterschied in der Darstellung ist, dass man die Zahl 432 zweimal dargestellt hat, gebündelt und nicht vollständig gebündelt. Man kann zumindest die Addition zur Kontrolle leicht durchführen.

Wollte man den Vergleich durch Frage: „Wie viel könnte man bei Bettina wegnehmen, damit ihr so viel bleibt, wie Carlos hat?“ realisieren, muss man Bettinas Betrag wie bei der Wegnehmstrategie entbündeln, sodass man sieht, wie viel mehr sie tatsächlich hat.

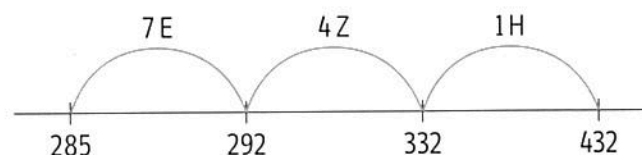
Man sieht, man kann mit Geld alle Techniken der schriftlichen Subtraktion veranschaulichen, auch wenn die Schritte nicht immer dem entsprechen, was man üblicher Weise in einer Einkaufssituation tun würde. Noch dazu haben wir uns hier in der Darstellung darauf beschränkt, dass nur Stellenwertbezogene Münzen und Scheine vorhanden sein sollten (siehe auch [M22](#), S. 45).

BESTIMMUNG DES RÜCKGELDS

Die klassische Alltagssituation, in der man Subtraktionsaufgaben mit Geld rechnet, ist wohl die, bei der das Rückgeld bestimmt werden muss. Der Rechnungsbetrag ist allerdings nicht als Geldbetrag vorhanden, sondern in Form von Waren. Gelöst werden muss die Gleichung Wert des Warenkorbs + Rückgeld = gegebener Betrag. Ein Bündeln ist also praktisch nicht machbar. Eventuell kann aber der Rechenstrich die Schritte verdeutlichen. Der gegebene Betrag ist häufig eine relativ glatte Zahl mit vielen Nullen. Das Entbündelungsverfahren eignet sich also denkbar schlecht zur Berechnung. Ergänzen mit der Auffülltechnik ist wesentlich naheliegender und wird auch von manchen Verkäufern und Verkäuferinnen durchgeführt.

Der gegebene Betrag muss aber nicht rund sein. Warum gibt jemand bei einem Rechnungsbetrag von 17,32 € dem Kassierer 20,32 €

Abb. 3: Die Ergänzungsaufgaben können übersichtlich am Rechenstrich notiert werden.



Bettina:



Carlos:



Abb. 4: Beispiel einer Vergleichsaufgabe: Wie viel hat Bettina mehr als Carlos?

oder 20,02 €? Oder gar 22,52 €? Was bekommt er zurück?

Will man hier das Rückgeld bestimmen, ist das Auffüllen auf glatte Zwischenwerte nicht unbedingt sinnvoll. Hier sind die Schritte des schriftlichen Rechnens: erst nach den Einern (Ein-Cent-Werten) zu sehen, dann nach den Zehnern (Zehn-Cent-Werten) usw. durchaus angemessen (siehe auch [M23](#), S. 46).

EINFÜHREN DER SCHRIFTLICHEN SUBTRAKTION

Im Folgenden wird eine Unterrichtsidee zur Einführung der schriftlichen Subtraktion vorgestellt, bei der Aufgabenstellungen zu allen drei Grundvorstellungen angesprochen werden. Interessant zu sehen ist, welche Kinder das Wegnehmen, welche das Ergänzen bevorzugen oder ob sie zwischen den Verfahren wechseln.

Die Kinder sollen außerdem eine Schreibweise für die schriftliche Subtraktion überlegen. Anhand dieser Überlegungen kann die im jeweiligen Bundesland übliche Schreibweise und Denkweise vorgestellt und mit den Vorschlägen der Kinder verglichen werden.

Unterrichtserfahrungen zum Arbeitsblatt

Es wurden beliebige Geldscheine zugelassen. Dies führte zu keinen auffallenden Schwierigkeiten. Zunächst wurde die schriftliche Addition wiederholt (Wie viel kosten die beiden Fahrräder zusammen?) und nochmal mit Geld gelegt.

Nun sollten die Kinder für sich, beginnend mit Aufgabe 1, die Er-

gebnisse durch Legen mit Geldscheinen ermitteln und sich überlegen, wie man das zeichnen und schriftlich notieren kann.

Als alle Kinder zumindest die erste Aufgabe gelöst hatten, wurde diese gemeinsam besprochen. Der Vorschlag einen Zehner zu entbündeln und das auch so hinzuschreiben, wie es bei der Entbündelungstechnik üblich ist, kam von den Kindern und wurde von ihnen auch begründet (wobei es möglich ist, dass ein paar Kinder dies schon im Schulbuch gesehen hatten).

Dann wurden die Kinder gefragt, wie sie Aufgabe 2 lösen könnten. Von ihnen wurden zwei Wege genannt: als Minusaufgabe: $419 - 346 = \underline{\quad}$ oder als „Kästchen-Aufgabe“: $346 + \underline{\quad} = 419$. Die Kinder durften sich aussuchen, welche der beiden Aufgaben sie schriftlich lösen wollten. Sie konnten wieder Spielgeld zu Hilfe nehmen.

Schließlich sollten sie auch die dritte Aufgabe von [M21](#) lösen. Hier wurde deutlich, dass viele Kinder keine Idee hatten, wie sie einen Unterschied berechnen können. Ihre Mitschüler halfen ihnen, indem sie ihnen klar machten, dass es die gleichen Möglichkeiten gibt wie bei Aufgabe 2.

Anhand der eingesammelten Arbeitsblätter konnte festgestellt werden: Rund ein Drittel der Klasse hat die zweite Aufgabe als Plusaufgabe gelöst. Ein weiteres Drittel hat sie richtig als Minusaufgabe gelöst. Die restlichen Kinder haben bei der Minusaufgabe als Ergebnis zunächst 133 erhalten, also stellenweise den Unterschied berechnet. Als die Aufgabe dann an der Tafel

besprochen wurde, haben sie ihren Fehler verbessert. Die meisten Kinder aus dieser Gruppe haben die dritte Aufgabe schließlich als Ergänzungsaufgabe gerechnet und dabei das richtige Ergebnis ermittelt. Diejenigen, die die zweite Aufgabe sofort als Minusaufgabe richtig gerechnet haben, sind auch bei der dritten Aufgabe so verfahren. Fast alle, die die zweite als Ergänzungsaufgabe gelöst haben, haben auch die dritte Aufgabe als Ergänzungsaufgabe gelöst.

Ein Fazit aus dieser Einführung könnte sein: Den Kinder sollte bewusst gemacht werden, dass man Minusaufgaben auch als Ergänzungsaufgaben umschreiben kann. Wer lieber eine Ergänzungsaufgabe rechnet, sollte dies tun dürfen. Einige Kinder, die beständig zu der Technik „Stellenweise-den-Unterschied-Berechnen“ neigen, sollten ebenso angeregt werden, statt der Minusaufgabe die Ergänzungsaufgabe zu rechnen.

Die Übungsseiten [M22](#) und [M23](#) können dann analog von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet werden. ●

DIE AUTORIN

Dr. Renate Motzer ist Akademische Oberrätin am Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik an der Universität Augsburg mit Schwerpunkt Grundschulmathematik.

Bettina kauft ein Fahrrad

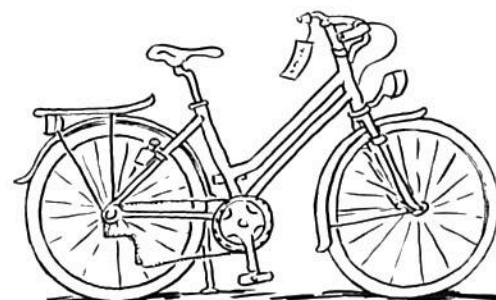
Bettina möchte sich ein Fahrrad kaufen.

Sie hat 346 € gespart.

Im Fahrradladen gefallen ihr zwei Fahrräder gut.

Das rote Fahrrad kostet 239 €.

Das blaue Fahrrad kostet 419 €.



1. Wie viel Geld bleibt Bettina übrig, wenn sie das rote Fahrrad kauft?
2. Wie viel Geld muss Bettina noch sparen, wenn sie lieber das blaue Fahrrad kaufen will?
3. Wie viel kostet das blaue Fahrrad mehr als das rote?

Lege die Aufgaben jeweils mit Spielgeld.

Zeichne bei Aufgabe 1, was du gelegt hast.

Wie würdest du die Aufgabe schriftlich rechnen?

Aufgabe 1: Zeichnung

Rechnung:

H	Z	E
3	4	6
2	3	9

Aufgabe 2: Rechnung

H	Z	E

Aufgabe 3: Rechnung

	Z	E

Im Fahrradladen

Im Schaufenster des Fahrradladens steht ein Fahrrad für 289 €.

Ein Tacho dazu kostet 15 €.

Celina hat 503 € gespart. Marcel besitzt 175 €.

1. Wie viel Geld hat Celina mehr als Marcel?
2. Celina möchte das Fahrrad ohne Tacho kaufen.
Wie viel Geld bleibt ihr übrig?
3. Wie viel kostet das Fahrrad mit Tacho?
Wie viel muss Marcel noch sparen,
wenn er das Fahrrad mit Tacho haben will?



Löse die Aufgaben jeweils mit Spielgeld.

Zeichne bei Aufgabe 1, was du gelegt hast.

Wie würdest du die Aufgabe schriftlich rechnen?

Aufgabe 1: Zeichnung

Rechnung:

H	Z	E

Aufgabe 2: Rechnung

H	Z	E

Aufgabe 3: Rechnung

Fahrrad und
Tacho:

H	Z	E

Was Marcel noch
sparen muss:

H	Z	E

Rückgeld an der Kasse

Carlos arbeitet an der Kasse in einem Supermarkt. Meistens können die Kunden nicht genau bezahlen und er muss Rückgeld geben.

1. Die Rechnung für mehrere Lebensmittel beträgt zusammen 17,32 €.

Wie viel muss Carlos zurück geben, wenn der Kunde

- a) mit einem 20 € Schein zahlt?
- b) ihm 20 € und 32 ct gibt?
- c) ihm 20 € und 2 ct gibt?
- d) ihm 22 € und 52 ct gibt?

Zeichne jeweils eine Lösung, welche Geldstücke Carlos dem Kunden zurückgeben kann.



a) b)

c) d)

2. Die Rechnung beträgt 27,48 €.

Finde vier Möglichkeiten, welche Geldscheine und Geldstücke der Kunde Carlos geben könnte, und berechne jeweils das Rückgeld.

1) 2)

3) 4)